

Stéréoscopie



Diane Lingrand
lingrand@polytech.unice.fr
<http://www.polytech.unice.fr/~lingrand>

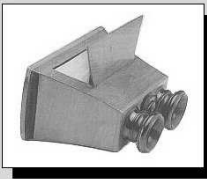
Stéréo ?

- Perception 3D à partir de 2 vues
 - perception simultanée
 - perception différée (scène globalement fixe)
- Pourquoi ?
 - pour retrouver la structure 3D
 - pour déterminer le mouvement

Voir en 3D : stéréoscopes

Brewster stereoscope

England 1860



Format: 70 x 130 mm
Lens: 80 mm

Stéréo Club Français :
<http://www.cnam.fr/hebergement/scf>

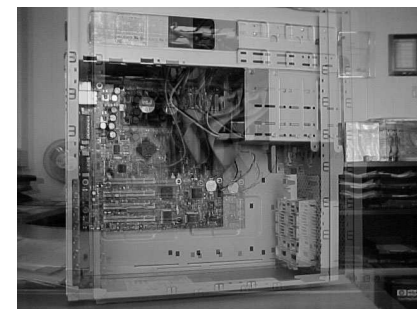
Viewmaster stereoscope

USA 1940 - 1998



Format: 12 x 13 mm
Lens: 50 mm

Lunettes 3D : les + économiques



Lunettes 3D actives

- lunettes + controlleur



- 2 solutions

- envoi de deux images différentes à chaque oeil
- projection sur un écran et fermeture alternative des yeux (*Shutter Glasses*). *shutter = light blocker*

Lunettes actives : VRex

<http://www.vrex.com>



- Solution économique: env. 40 €

- Technique « *line blanking* »

Line-blanking is a technique of alternately "removing" or blanking video information in synchronization with the shutting glasses. Line-blanking is a two step process which takes two video scans to complete. In the first step, the line-blanking electronics remove the left image from the video information (by replacing the video data with black pixels) and open the right eye shutter. In the second step, the line-blanking electronics remove the right image from the video information and open the left eye shutter.

- *Interleaved format*

The VR Visualizer uses a line-alternate or interleaved format. Each row or line of video information alternates between the left eye and the right eye (from top to bottom).

- Ecran cathodique !

OpenGL et VRex

- utilisation du *double buffering*
- rendu de la vue de gauche
- création d'un *stencil buffer* pour masquer une ligne sur deux
- rendu de la vue de droite (en utilisant le *stencil buffer*)
- *swap* des buffers à tester en TD ...

Lunettes 3D passives (*Shutter Glasses*)

- production de lumière polarisée
- lunettes peu coûteuses, émetteur coûteux



- pas de fil.
- ~~obligation de se tenir droit~~

Lunettes 3D (Head Mounted Display)



- + *head tracker*

Lunettes 3D (see through)

- Visu en transparence de l'environnement
- + informations
 - réalité augmentée
- Solutions économiques :
 - caméras + image virtuelle + reprojection HMD

Voir en 3D : directement sur l'écran

Figure 1: 3D display A parallax barrier is used to separate the light paths, so that different light reaches the left and right eyes, resulting in a three-dimensional image.

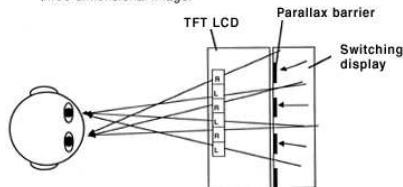
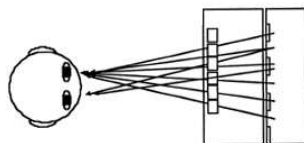


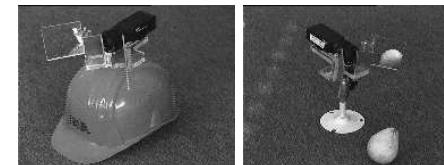
Figure 1: 2D display The Switching LCD controls the parallax barrier and makes it transparent. The same images reach the left and right eyes, enabling 2D viewing.



- Ecran 3D : pas de lunettes !



Acquisition 3D

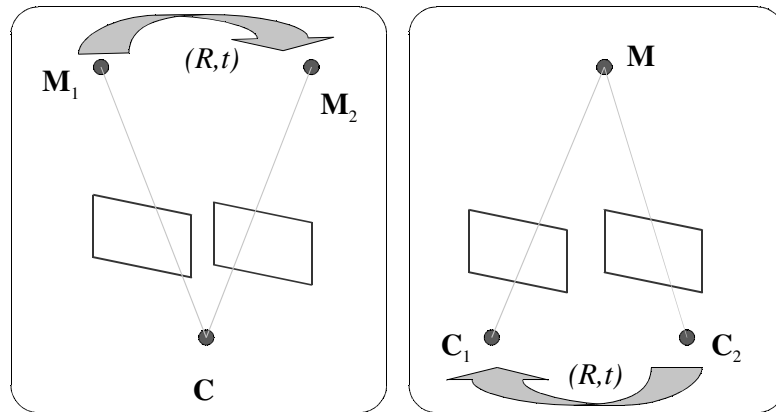


système à miroirs

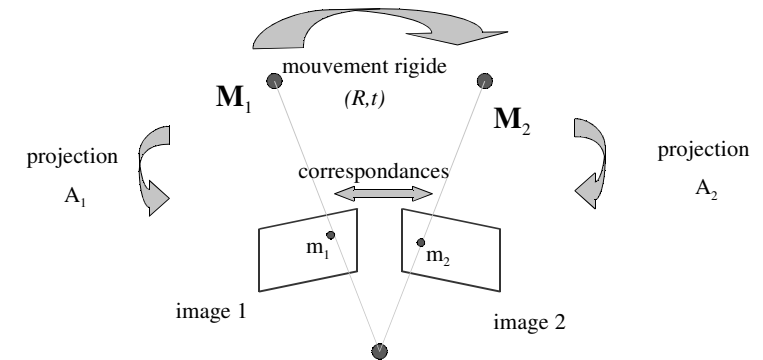
tête stéréo



Point de vue



Notations



Plan de la suite du cours

- Correspondances de points
- Matrice fondamentale
- Géométrie épipolaire
- Homographies
- Autocalibration
- Reconstruction 3D
- Plus de 2 vues

Mise en correspondance de points 2D

- à la main ?
- automatique: un exemple

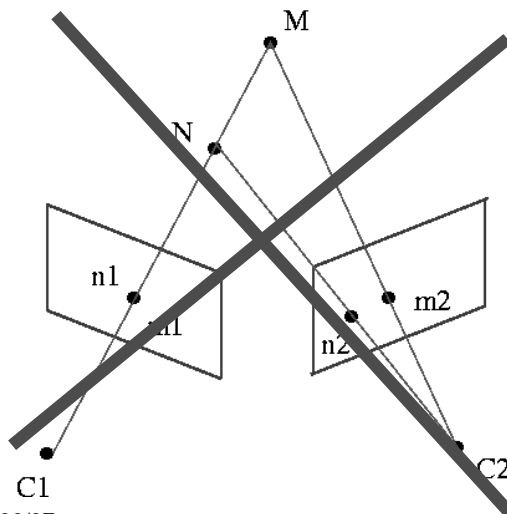
Mise en correspondance automatique de points 2D

- Une méthode classique: Zhang 1994 :
IMAGE_MATCHING
<http://www-sop.inria.fr/robotvis/personnel/zzhang/software.html>
 - Détection de points d'intérêts
 - Corrélation (on obtient des candidats à l'appariement)
 - Relaxation (on élimine des candidats)on en profite à ce stade pour calculer la matrice F
 - Raffinement par minimisation et rejet de points aberrants

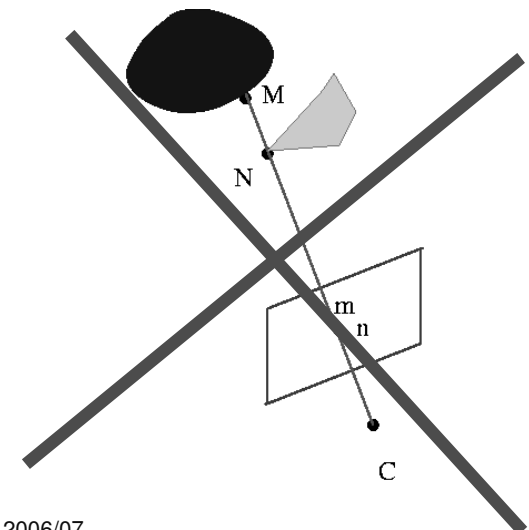
Contraintes

- On fait un certain nombre d'hypothèses sur la scène 3D :
 - Contrainte d'unicité
 - Contrainte de continuité
 - Contrainte d'ordre

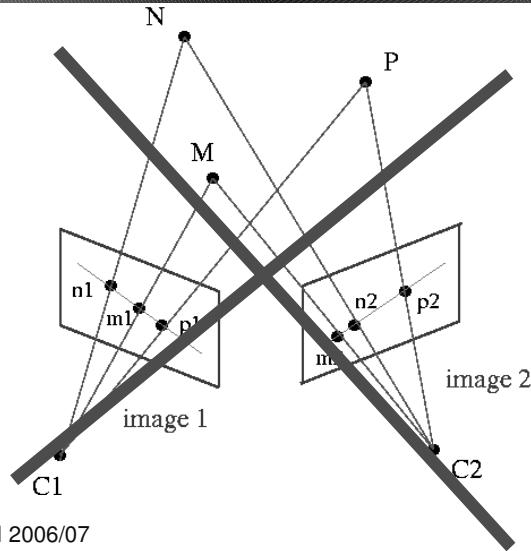
Contrainte d'unicité



Contrainte de continuité



Contrainte d'ordre



Détection de points d'intérêts

- Deux familles de méthodes
 - en deux étapes: détection de contours chainés puis recherche des points de courbure maximale
 - recherche directe sur l'intensité de l'image
- Ex.: détecteur de points de Harris et Stephens

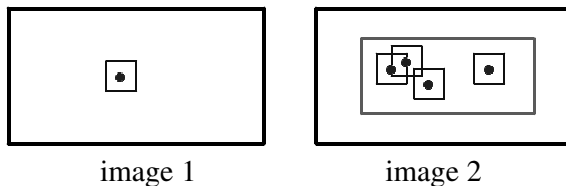
$$\mathcal{O} = \det(\widehat{\mathcal{C}}(x, y)) - k (\text{trace}(\widehat{\mathcal{C}}(x, y)))^2 \quad k = 0.04$$

$$\widehat{\mathcal{C}}(x, y) = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial I(x, y)}{\partial x}\right)^2 & \frac{\partial I(x, y)}{\partial x} \frac{\partial I(x, y)}{\partial y} \\ \frac{\partial I(x, y)}{\partial x} \frac{\partial I(x, y)}{\partial y} & \left(\frac{\partial I(x, y)}{\partial y}\right)^2 \end{bmatrix}$$

$\wedge =$ lissé par une gaussienne

Corrélation

- détermination d'une fenêtre de recherche
- calculs de corrélation (-1 à 1)
- seuillage
- candidats potentiels à l'appariement



Relaxation (1)

- critère de relaxation (\mathcal{S} : ens. de correspondances)

$$\mathcal{C}(\mathcal{S}) = \sum_{(m_1, m_2) \in \mathcal{S}} s(m_1, m_2)$$

- score de relaxation

$$s(m_1, m_2) = \sum_{(n_1, n_2) \in \mathcal{V}(m_1, m_2)} \delta(m_1 \vec{n}_1, m_2 \vec{n}_2)$$

- voisinage

$$\mathcal{V}(m_1, m_2) = \{(n_1, n_2) \in \mathcal{S}, \|m_1 \vec{n}_1\| < r \text{ et } \|m_2 \vec{n}_2\| < r\}$$

- score de similarité

$$\delta(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{cases} \frac{1}{1 + \frac{\|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|}{2}} \text{ si } \frac{1}{k_0} < \frac{\|\vec{u}\|}{\|\vec{v}\|} < k_0 \text{ et } |(\vec{u}, \vec{v})| < \theta_0 \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

Relaxation (2)

- processus itératif de maximisation du critère de relaxation
 - calcul du critère pour chaque couple candidat
 - maximisation du critère
 - réactualisation des correspondances
 - et on recommence jusqu'à convergence du critère
- chaque point possède maintenant un unique correspondant

La matrice fondamentale

Ecrivons les équations

- ... dans le repère de la caméra

- projection perspective:

$$Z_1 \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ 1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \alpha_u & \gamma & u_0 \\ 0 & \alpha_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}_1} \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix}$$

• image 1: $Z_1 \mathbf{m}_1 = \mathbf{A}_1 \mathbf{M}_1$

• image 2: $Z_2 \mathbf{m}_2 = \mathbf{A}_2 \mathbf{M}_2$

- équation de mouvement du point

$$\mathbf{M}_2 = \mathbf{R} \mathbf{M}_1 + \mathbf{t}$$

Combinons les équations

$$\left. \begin{array}{l} Z_1 \mathbf{m}_1 = \mathbf{A}_1 \mathbf{M}_1 \\ Z_2 \mathbf{m}_2 = \mathbf{A}_2 \mathbf{M}_2 \\ \mathbf{M}_2 = \mathbf{R} \mathbf{M}_1 + \mathbf{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \mathbf{M}_1 = Z_1 \mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{m}_1 \\ Z_2 \mathbf{m}_2 = \mathbf{A}_2 \mathbf{R} \mathbf{M}_1 + \mathbf{A}_2 \mathbf{t} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (\mathbf{A}_2 \mathbf{t}) \wedge \\ \mathbf{m}_2 \cdot \end{array} \left. \begin{array}{l} Z_2 \mathbf{m}_2 = Z_1 \mathbf{A}_2 \mathbf{R} \mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{m}_1 + \mathbf{A}_2 \mathbf{t} \\ Z_2 (\tilde{\mathbf{A}}_2 \mathbf{t}) \mathbf{m}_2 = Z_1 (\tilde{\mathbf{A}}_2 \mathbf{t}) \mathbf{A}_2 \mathbf{R} \mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{m}_1 \\ 0 = Z_1 \mathbf{m}_2^T (\tilde{\mathbf{A}}_2 \mathbf{t}) \mathbf{A}_2 \mathbf{R} \mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{m}_1 \end{array} \right.$$

La matrice fondamentale

$$0 = \mathbf{m}_2^T (\tilde{\mathbf{A}}_2 \mathbf{t}) \mathbf{A}_2 \mathbf{R} \mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{m}_1$$

\mathbf{F} : matrice 3x3

Relation fondamentale:

$$0 = \mathbf{m}_2^T \mathbf{F} \mathbf{m}_1$$

Propriétés de la relation fondamentale

$$0 = \mathbf{m}_2^T \mathbf{F} \mathbf{m}_1$$

- \mathbf{F} : de image 1 vers image 2
 - \mathbf{m}_2 appartient à la droite $\mathbf{F}\mathbf{m}_1$

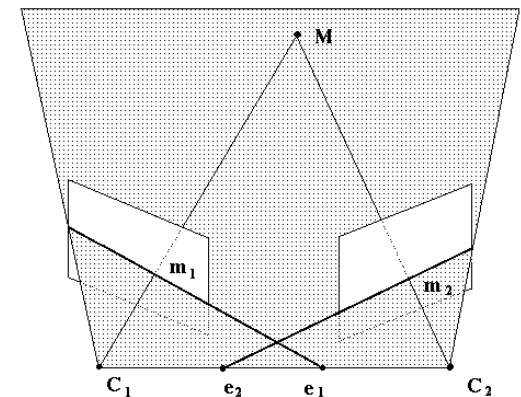
$$0 = \mathbf{m}_1^T \mathbf{F}^T \mathbf{m}_2$$

- \mathbf{F}^T : de image 2 vers image 1
 - \mathbf{m}_1 appartient à la droite à $\mathbf{F}^T\mathbf{m}_2$

Géométrie épipolaire

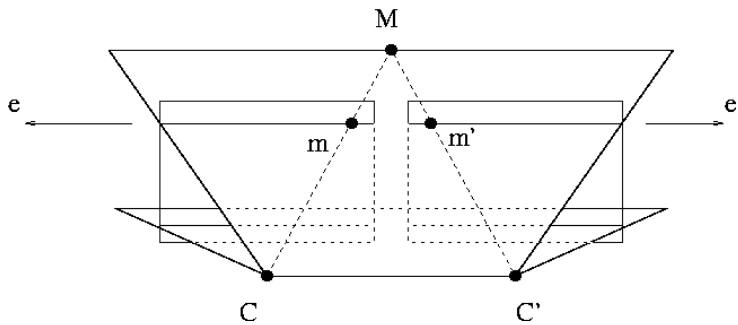
- Notions d'épipoles – droites épipolaires
- Contraintes
- Propriétés
- Cas de la géométrie standard

Droites épipolaires – épipoles



Géométrie standard

- Epipoles à $l' \infty$
- Droites épipolaires parallèles et horizontales



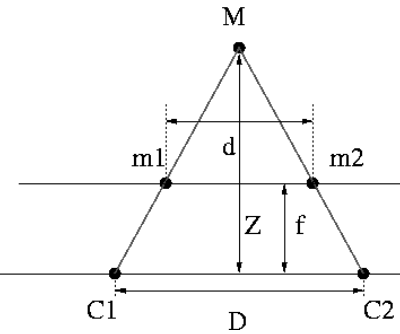
Disparité dans le cas de la géométrie standard

- Disparité :

$$d = u - u' = D \frac{f}{Z}$$

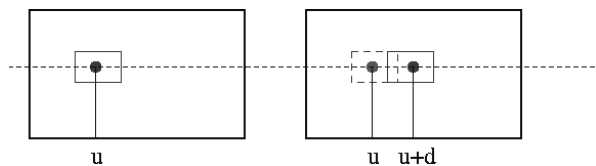
- Propriétés :

- continuité :
 - continue par morceaux
- variation :
 - monotone



Intérêt pour la recherche de correspondances

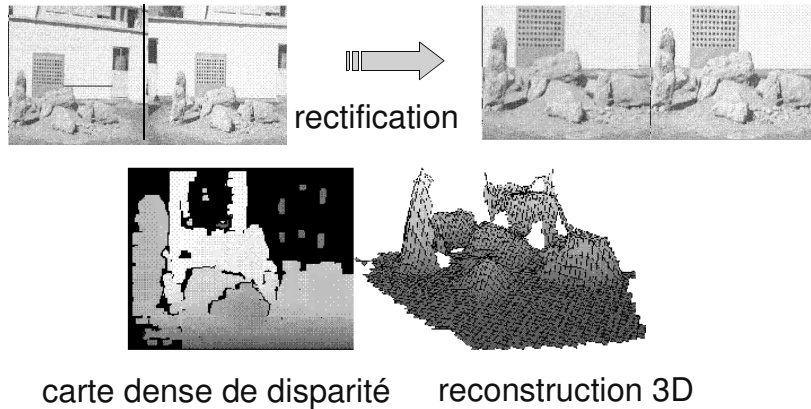
- Si pas de rotation : les droites épipolaires sont parallèles \Rightarrow réduction de l'espace de recherche à une dimension
- Si translation parallèle au plan rétinien : cas de la géométrie standard \Rightarrow recherche dans les mêmes lignes de l'image



Application: reconstruction 3D

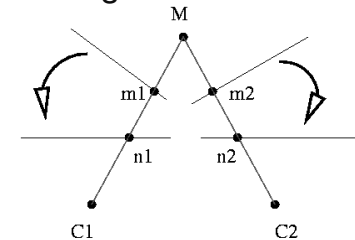
- Simplification de la recherche de correspondances
- Carte dense de disparité:
 - grande densité de points reconstruits
 - algorithme parallélisable
 - inconvénients :
 - il faut être dans un cas de géométrie standard
 - précision sur la disparité
 - problèmes avec les motifs répétitifs, ...

Exemple de reconstruction



Rectification

- Comment se mettre dans la situation de la géométrie standard ?
 - au moment de la prise de vues
 - pour un couple d'images donné



Comment calculer F ? (1)

$$0 = \mathbf{m}_2^T \mathbf{F} \mathbf{m}_1$$

- Dimension 3x3
 - Définie à une constante près
 - $\det(\mathbf{F}) = 0$
 - 1 couple de points en correspondance fournit 1 équation
- ⇒ 7 points en correspondance suffisent à déterminer \mathbf{F}
- 7 degrés de liberté

Comment calculer F ? (2)

- Méthode linéaire:
 - algorithme des 8 points : résolution d'un système linéaire
 - avec + de 8 points : moindres carrés, LMedS, ...
 - inconvénients:
 - sensible au bruit
 - ne tient pas compte de la contrainte sur le déterminant de \mathbf{F}
- Méthode non linéaire:
 - \mathbf{F} : matrice 3x3 à 7 paramètres ... nécessite 7 points ...
 - ... mais il faut paramétriser correctement \mathbf{F} ...

Retour aux appariements

- On dispose d'un ensemble de correspondances de points
- Calcul de la matrice fondamentale \mathbf{F}
 \Rightarrow *cela nous donne de nouvelles contraintes !*
- Raffinement : minimisation Least Median of Squares \Rightarrow *élimination de mauvais appariements*
- Nouvelle estimation de la matrice \mathbf{F} ...

Raffinement par minimisation *Least Median of Squares*

- fonction d'erreur :
 - minimisation de la distance des points 2D aux droites épipolaires :

$$\epsilon_{\mathbf{F}}^2(\mathbf{F}) = \sum_{\{(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)\}} [d(\mathbf{m}_2, \mathbf{F}\mathbf{m}_1)^2 + d(\mathbf{m}_1, \mathbf{F}^T\mathbf{m}_2)^2]$$

- estimateurs :
 - sur des ensembles de 7 correspondances de points 2D

Les homographies

Existence de la matrice fondamentale

- Rappel :
$$\mathbf{F} = (\tilde{\mathbf{A}}_2 \mathbf{t}) \mathbf{A}_2 \mathbf{R} \mathbf{A}_1^{-1}$$
- Que se passe t-il sans translation ?
$$\mathbf{F} = \mathbf{0}$$

... *ce qui ne sert pas à grand chose* ...
- Revenons alors aux équations de départ

Combinons ces équations

$$\begin{aligned}
 Z_1 \mathbf{m}_1 &= \mathbf{A}_1 \mathbf{M}_1 \\
 Z_2 \mathbf{m}_2 &= \mathbf{A}_2 \mathbf{M}_2 \\
 \mathbf{M}_2 &= \mathbf{R} \mathbf{M}_1
 \end{aligned}
 \Rightarrow
 \begin{aligned}
 \mathbf{M}_1 &= Z_1 \mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{m}_1 \\
 Z_2 \mathbf{m}_2 &= \mathbf{A}_2 \mathbf{R} \mathbf{M}_1
 \end{aligned}$$

$$Z_2 \mathbf{m}_2 = Z_1 \mathbf{A}_2 \mathbf{R} \mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{m}_1$$

$$\mathbf{m}_2 = \frac{Z_1}{Z_2} \mathbf{A}_2 \mathbf{R} \mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{m}_1$$

\mathbf{H} : matrice d'homographie

Cas des points coplanaires

- Supposons des points 3D $\in \wp(\mathbf{n}, d)$:
- $$\left. \begin{aligned}
 \mathbf{M}_1 \in \mathcal{P}(\mathbf{n}, d) &\Leftrightarrow \mathbf{n}^T \mathbf{M}_1 = d \\
 \mathbf{M}_2 = \mathbf{R} \mathbf{M}_1 + \mathbf{t}
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mathbf{M}_2 = \mathbf{R} \mathbf{M}_1 + \mathbf{t} \frac{\mathbf{n}^T}{d}$$
- or: $Z_1 \mathbf{m}_1 = \mathbf{A}_1 \mathbf{M}_1$ et $Z_2 \mathbf{m}_2 = \mathbf{A}_2 \mathbf{M}_2$
 - d'où la relation homographique : $\mathbf{m}_2 = \mathbf{H} \mathbf{m}_1$
- avec :
- $$\mathbf{H} = \mathbf{A}_2 \mathbf{R} \mathbf{A}_1^{-1} + \mathbf{A}_2 \mathbf{t} \frac{\mathbf{n}^T}{d} \mathbf{A}_1^{-1}$$

Calcul d'homographie

- Relation homographique : $\mathbf{m}_2 = \mathbf{H} \mathbf{m}_1$
- \Rightarrow \mathbf{H} déterminée à partir de 4 points
- Calcul des résidus :

$$\left\| \mathbf{m}_2 - \frac{\mathbf{H} \mathbf{m}_1}{((\mathbf{h}^2)^T \mathbf{m}_1)} \right\|$$

Existence des homographies

- Projection perspective:
 - points 3D coplanaires ou
 - pas de translation
- Projection para-perspective
 - points 3D coplanaires ou
 - rotation autour de l'axe de vue de la scène
- Projection orthographique
 - points 3D coplanaires ou
 - rotation autour de l'axe optique

Relations entre F et H

- Homographie des points à l' ∞ :

$$\mathbf{H} = \mathbf{A}_2 \mathbf{R} \mathbf{A}_1^{-1} + \mathbf{A}_2 \mathbf{t} \frac{\mathbf{n}^T}{d} \mathbf{A}_1^{-1}$$

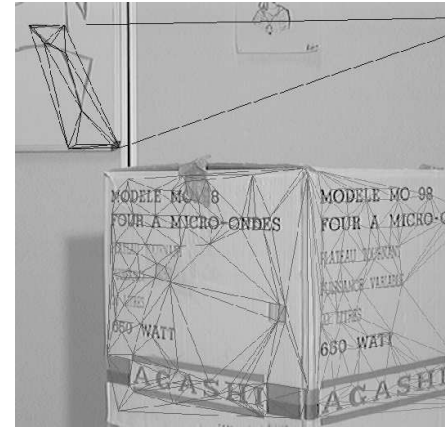
$$\mathbf{H}_\infty = \mathbf{A}_2 \mathbf{R} \mathbf{A}_1^{-1}$$

- Foyer d'expansion : $\mathbf{e}' = \mathbf{A}_2 \mathbf{t}$

$$\mathbf{F} = (\tilde{\mathbf{A}}_2 \mathbf{t}) \mathbf{A}_2 \mathbf{R} \mathbf{A}_1^{-1} \Rightarrow \mathbf{F} = \mathbf{e}' \tilde{\mathbf{H}}_\infty$$

- homographie : $\mathbf{H} = \mathbf{H}_\infty + \mathbf{e}' \frac{\mathbf{n}^T}{d} \mathbf{A}_1^{-1}$

Détection de structures planes (1)



matrice fondamentale:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0 & 4.76495e-06 & -0.00220 \\ -4.76495e-06 & 0 & -0.7071 \\ 0.00220561 & 0.707103 & 0 \end{pmatrix}$$

correspond à un mouvement de translation en x

Détection de structures planes (2)

points groupés par ensembles de même homographie

$$\mathbf{H}_1 = \begin{pmatrix} 0.00764348 & 3.92544e-05 & -0.99992 \\ -4.9159e-06 & 0.00709485 & -0.000297399 \\ 0 & 0 & 0.00708294 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{H}_2 = \begin{pmatrix} 0.013372 & 3.25211e-05 & -0.999683 \\ -1.72255e-06 & 0.0143671 & 0.00651458 \\ 0 & 0 & 0.0143814 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{H}_3 = \begin{pmatrix} 0.0209325 & -5.31735e-05 & -0.99922 \\ -2.68491e-05 & 0.0208353 & 0.0158142 \\ 0 & 0 & 0.0209152 \end{pmatrix}$$

normales opposées en x

composante faible en x



Auto-calibration

Comment faire de la calibration sans mire ou sans passer tout un TP à prendre des mesures 3D ?

Autocalibration (1)

- C'est retrouver le maximum de paramètres de calibration à partir des images donc :
 - sans mire de calibration
 - sans mesure de points 3D
- La matrice fondamentale suffit-elle ?

Autocalibration (2)

$$\mathbf{F} = (\mathbf{A}_2 \tilde{\mathbf{t}}) \mathbf{A}_2 \mathbf{R} \mathbf{A}_1^{-1}$$

- \mathbf{A}_1 : 3 à 5 paramètres
- \mathbf{A}_2 : 3 à 5 paramètres
- \mathbf{R} : 3 paramètres
- $\tilde{\mathbf{t}}$: 3 paramètres
 - ➡ *il est impossible de calibrer à partir de \mathbf{F} sans autre information*
 - ➡ *il est impossible de retrouver la norme de la translation dans le cas général*

Autocalibration (3)

- Il faut donc faire des hypothèses :
 - paramètres intrinsèques constants
 - équations de Kruppa
 - mouvement connu
 - exemple de la rotation pure

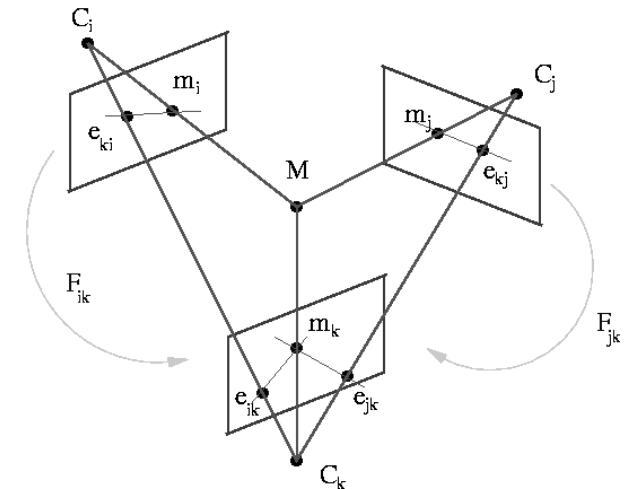
Equations de Kruppa

- Cas des paramètres intrinsèques constants
 - $\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2 = \mathbf{A}$ à 4 paramètres ($\alpha_u, \alpha_v, u_0, v_0$)
- Paramètres extrinsèques:
 - rotation (3) + translation (2) = 5 paramètres
- \mathbf{F} est à 7 degrés de liberté
 - ➡ *il existe donc 2 équations (de Kruppa) reliant les paramètres intrinsèques.*
 - ➡ *2 déplacements indépendants permettent de retrouver tous les paramètres*

Plus de 2 vues

pour 3 vues, on a des trilinearités
 pour 4 vues, on a des quadrilinearités
 pour 5 vues,

Cas de trois vues



Géométrie trifocale (1)

- Contrainte d'ordre 0 : *position*

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{m}_k^T \mathbf{F}_{ik} \mathbf{m}_i = 0 \\ \mathbf{m}_k^T \mathbf{F}_{jk} \mathbf{m}_j = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \mathbf{m}_k = \mathbf{F}_{ik} \mathbf{m}_i \wedge \mathbf{F}_{jk} \mathbf{m}_j$$

- Contrainte d'ordre 1 : *tangente*

$$\tau_k = (\mathbf{F}_{ik} \mathbf{m}_i \wedge \mathbf{F}_{jk} \mathbf{m}_j) \wedge (\mathbf{F}_{ik} \mathbf{t}_i \wedge \mathbf{F}_{jk} (\mathbf{F}_{ij} \mathbf{t}_i \wedge (\mathbf{m}_j \wedge \mathbf{t}_j)))$$

- Contrainte d'ordre 2 : *courbure*

- courbure au point projeté

Cas de plus de 3 vues

- Point de vue discret
 - images considérées 2 par 2,
 - images considérées 3 par 3,
 - ...
- Point de vue continu
 - le mouvement est continu
 - les paramètres intrinsèques sont des fonctions continues

Reconstruction 3D

Calibration projective

- on connaît \mathbf{F}
- on peut reconstruire la scène observée dans un repère projectif
- applications:
 - positionnement de points par rapport à des plans
 - évitement d'obstacles

Calibration affine

- on connaît \mathbf{F} et \mathbf{H}_∞
- on peut reconstruire la scène observée dans un repère affine
- applications:
 - calcul d'angles de droites
 - calcul de rapports de longueurs

Reconstruction 3D

- en fonction des connaissances de calibration
 - matrice fondamentale, homographies
 - à partir de 2 ou plusieurs vues
- à partir de la disparité
 - cas de la géométrie standard
 - cas général

TP

- Utilisation de la librairie OpenCV (Intel)
 - <http://opencvlibrary.sourceforge.net/>
 - CxCore
 - CvReference
 - CvAux
 - HighGui

Premiers pas en OpenCV

- Une page très pratique:

Introduction to programming with OpenCV

Gady Agam

2006

<http://www.cs.iit.edu/~agam/cs512/lect-notes/opencv-intro/opencv-intro.>

CxReference

- Camera Calibration and 3D Reconstruction
 - Camera Calibration
 - ProjectPoints2
 - Find Homography
 - CalibrateCamera2
 - Epipolar Geometry
 - FindFundamentalMat
 - Compute CorrespondEpilines

CvAux

- Stereo Correspondence Functions
 - FindStereoCorrespondence
- View Morphing Functions
 - MakeScanlines
 - PreWarpImage
- 3D Tracking Functions

High GUI

- Simple GUI
- Loading and Saving Images
- Video I/O
 - regarder `samples/c/camshiftdemo.c`

TP (2 scéances)

- 2 webcams => possibilité de faire 2 acquisitions d'images simultanées
- Estimation de la géométrie épipolaire
 - images qcq
 - en ajoutant une « mire »
 - visualisation des lignes épipolaires

TP (suite)

- Rectification des images puis affichage des nouvelles lignes épipolaires
- Calibration à partir de plusieurs images
- Reconstruction 3D
- Visualisation stéréo à l'aide des lunettes